Итак, решение красивой задачи способствует формированию эстетического вкуса школьников, воспитанию склонности к использованию аналогии, обобщения, наглядной выразительности математических объектов, всестороннему анализу изучаемых ситуаций, поиску различных способов решения задачи и выбору из них наиболее изящного.

ЛИТЕРАТУРА

1. Саранцев Г.И. Эстетическая мотивация в обучении математике. – Саранск, 2003. – 136 с.

2. Виленкин В.Я. Математика 5 класс: учебник для общеобразовательных организаций. – М.: Мнемозина, 2015. – 280 с.

УДК 378: 51

И.С. Сафуанов,

Московский городской педагогический университет, г. Москва

«УПРАВЛЯЕМОЕ ПЕРЕОТКРЫТИЕ» В ОБУЧЕНИИ МАТЕМАТИКЕ В ВЫСШЕЙ ШКОЛЕ

Аннотация. Рассмотрен метод «управляемого переоткрытия» (разновидность генетического метода) при обучении сложнейшим разделам абстрактной алгебры, включающим конгруэнции в (универсальных) алгебрах, а также фактор-алгебры по конгруэнциям, теоремы о гомоморфизмах для алгебр.

Ключевые слова: переоткрытие, конгруэнция, алгебра, генетический метод, фактор-алгебра.

Развитие математического образования шло таким образом, что методам обучения в высшей школе не уделялось должного внимания. Лишь с девяностых годов двадцатого века началось систематическое исследование методов обучения абстрактным разделам математики [1]. В последнее десятилетие появились работы, посвящённые обучению абстрактной алгебре методом «управляемого переоткрытия» (guided reinvention) ([2], [3]). Термин «управляемое переоткрытие» восходит к Г. Фройденталю [10] и по существу представляет собой генетический метод [8]. Элементы генетического подхода, в частности, открытый подход, достаточно успешно применялись в обучении элементарной математике, например, в странах Юго-восточной Азии ([6], [7], [9]).

В работах [2] и [3] предлагается обучать сложнейшим понятиям группы, изоморфизма групп, фактор-группы на основе по существу одного примера – множества симметрий геометрической фигуры (равностороннего треугольника или квадрата). На наш взгляд, этого недостаточно для адекватного формирования теоретико-групповых понятий, и требуется предварительное рассмотрение более широкого круга элементарных примеров: не только групп симметрий, но и числовых групп по сложению и умножению, а также классов вычетов ([4], [5]). На основе широкого круга примеров можно строить проблемные ситуации, а также рассматривать различные приложения рассматриваемых понятий. Это будет способствовать также повышению мотивации студентов.

В настоящей работе мы предлагаем «управляемое переоткрытие» понятий нормальной подгруппы, фактор-группы, идеала в кольце и фактор-кольца на более глубоком уровне изучения абстрактной алгебры, например, в магистратуре.

Опираясь на имеющиеся у студентов (хоть и обрывочные) знания понятий множества, отображения, группы, подгруппы, кольца, подкольца, гомоморфизма групп и колец и т.п., можно сформулировать общее понятие (универсальной) алгебры, т.е. множества с заданными на нем алгебраическими операциями различных рангов, а также гомоморфизма алгебр. После этого можно сформулировать определение конгруэнции, подкрепив его примерами (сравнения по модулю целого числа, большего единицы, чётность – нечётность перестановки и т.п.). Затем можно ввести понятие фактор-алгебры по конгруэнции, естественного гомоморфизма, и сформулировать и доказать общую теорему о гомоморфизмах для (универсальных) алгебр.

Возвращаясь к группам, мы предлагаем студентам рассмотреть в общем случае понятие конгруэнции в группе, фактор-группы по конгруэнции и найти класс нейтрального элемента по данной конгруэнции. Нетрудно показать, что этот класс является подгруппой и притом нормальной, а классы конгруэнции – смежными классами (левыми и одновременно правыми) по ней. Таким образом, на более глубоком уровне рассмотрения необходимость нормальности подгруппы для построения фактор-группы получается даже более простым способом, чем при первоначальном рассмотрении в основном курсе в программе бакалавриата.

Аналогично можно изучить конгруэнции в кольце. Рассмотрев класс нуля по данной конгруэнции, нетрудно показать, что он будет аддитивной подгруппой кольца, замкнутой относительно умножения на элементы кольца как справа, так и слева. Таким образом, этот класс оказывается (двусторонним) идеалом. Фактор-кольцо же по этой конгруэнции совпадает с фактор-кольцом по данному идеалу. Это рассмотрение полезно ещё раз проиллюстрировать примером кольца целых чисел и отношения сравнимости по модулю целого числа, большего единицы, которое является здесь конгруэнцией (заметим, что в англоязычной терминологии понятия «сравнение» и «конгруэнция» обозначаются одним и тем же словом – congruence).

Таким образом, можно осуществлять «управляемое переоткрытие» понятий, уже в какой-то степени знакомых студентам, на более продвинутом уровне изучения предмета, тем самым закрепляя и углубляя понимание сложнейших математических объектов и идей.

Опыт применения описанного подхода к обучению курсу алгебры магистрантов – будущих учителей математики, показал повышение интереса к предмету, успешное овладение студентами смысла и приложений теорем о гомоморфизмах для групп и колец.

ЛИТЕРАТУРА

1. Dubinsky, E., Dautermann, J., Leron, U., & Zazkis, R. On learning fundamental concepts of group theory // Educational studies in Mathematics. – 1994. – № 27(3). – P. 267-305.

2. Larsen, S. Reinventing the concepts of group and isomorphism: The case of Jessica and Sandra // Journal of Mathematical Behavior. – 2009. – 28(2–3). – P. 119-137.

3. Larsen, S., & Lockwood, E. A local instructional theory for the guided reinvention of the quotient group concept // The Journal of Mathematical Behavior. – 2013 . – № 32(4). – P. 726–742.

4. Safuanov I.S. The genetic approach to the teaching of algebra at universities. [Text] // International Journal of Mathematical Education in Science and Technology. – 2005. – V. 36. № 2-3. – P. 255-268.

5. Safuanov, I. Design of a system of teaching elements of group theory. [Text] // Symmetry: Culture and Science. – 2009. – V. 20, No 1–4. – P. 361-370.

6. Сафуанов И.С., Атанасян С.Л. Математическое образование в Сингапуре: традиции и инновации // Наука и школа. – 2016. – № 3. – С. 38-44.

7. Сафуанов И.С. Открытый подход к обучению математике // Университеты в системе поиска и поддержки математически одаренных детей и молодежи: материалы I Всероссийской научно-практической конференции. – Майкоп: Изд-во АГУ, 2015. – С. 128-133.

8. Сафуанов И.С. Теория и практика преподавания математических дисциплин в педагогических институтах. – Уфа: Магрифат, 1999. – 107 с.

9. Сафуанова А.М., Сафуанов И.С. «Открытый подход» и «исследование уроков» – пути совершенствования математического образования // Нижегородское образование. – 2016. – № 2. – С. 146-150.

10. Фройденталь Г. Математика как педагогическая задача: Ч.1 – М.: Просвещение, 1982. – 208 с.